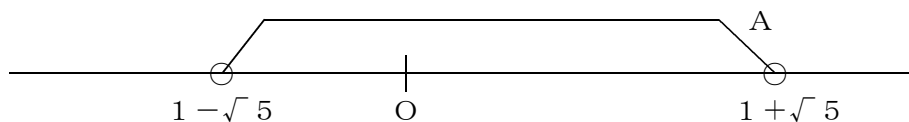


## P 8 2 ③ (2)

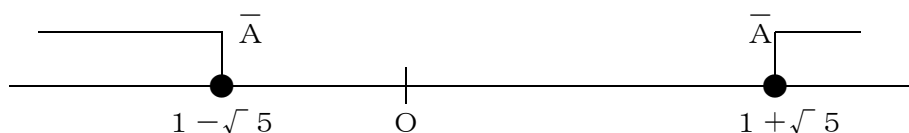
$A = \{x \mid 1 - \sqrt{5} < x < 1 + \sqrt{5}\}$  と直すことができます。

$1 - \sqrt{5} = -1.2\cdots$  ,  $1 + \sqrt{5} = 3.2\cdots$  くらいですから、  
数直線に示すと

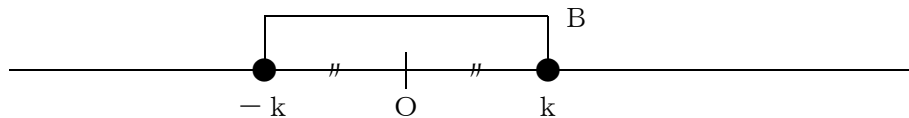


$1 - \sqrt{5}$  の方が  $1 + \sqrt{5}$  より原点に近いということを  
確認してください。

この補集合は、 $x \leq 1 - \sqrt{5}$  ,  $1 + \sqrt{5} \leq x$  で、下の図の通りです。



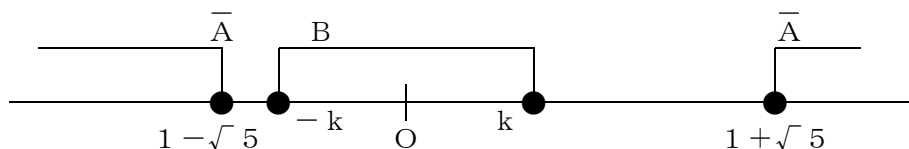
次に  $B = \{x \mid -k \leq x \leq k\}$  を考えましょう。



$k$  と  $-k$  は原点からの距離が同じです。

$k$  が大きくなる (右へ行く) と、 $-k$  は小さくなり (左へ行き) ます。

これを一つ上の図と重ねると、



$k$  をどんどん大きくすると、左の  $-k$  が先に  $1 - \sqrt{5}$  のところで  
共通部分ができてしまいます。

従って空集合となるためには  $1 - \sqrt{5} < -k$  でなければなりません。

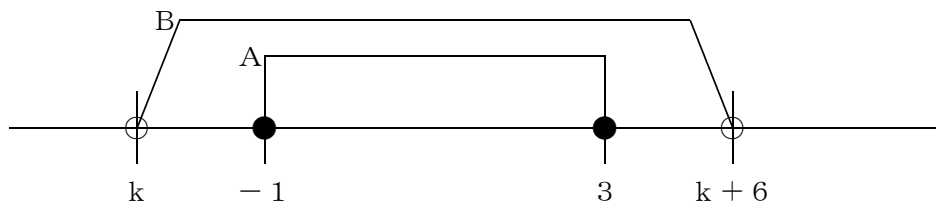
これを解くと、両辺に  $-1$  をかけて  $-1 + \sqrt{5} > k$  ですが、

$k > 0$  ですので、 $0 < k < -1 + \sqrt{5}$  ということになります。 by Oda

# Hi-PRIME

99

(1)



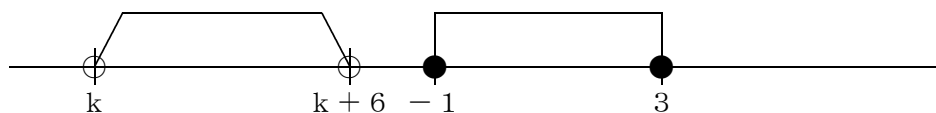
$A \subset B$  ( $A$ は $B$ の部分集合)であるためには、図のように  
 $k$  が  $-1$  の左,  $k+6$  が  $3$  の右になければならない。  
 これを式で表すと,

$$k < -1 \quad \text{かつ} \quad 3 < k+6$$

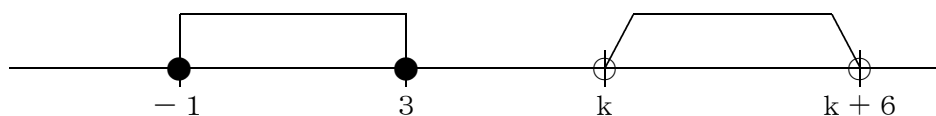
従って,  $-3 < k < -1$  となります。

※  $k = -1$ ,  $k = -3$  ( $3 = k+6$ ) のときは  $A$ が $B$ の部分集合とはいえないので, 答の不等号に  $=$  はつきません。  
 また,  $-1 \leq x \leq 3$  の幅は  $4$ ,  $k < x < k+6$  の幅は  $6$  あるので,  
 $B \subset A$  となることはありません。

(2)  $A \cap B = \emptyset$  ということは,  $A$ と $B$ 重なりがないということですから,  
 その状況を数直線で表すと,



または



従って,  $k+6$  が  $-1$  の左側 つまり  $k+6 < -1 \quad \therefore k < -7$   
 ところが,  $k+6 = -1$  すなわち  $k = -7$  であっても重なりは  
 ありません。

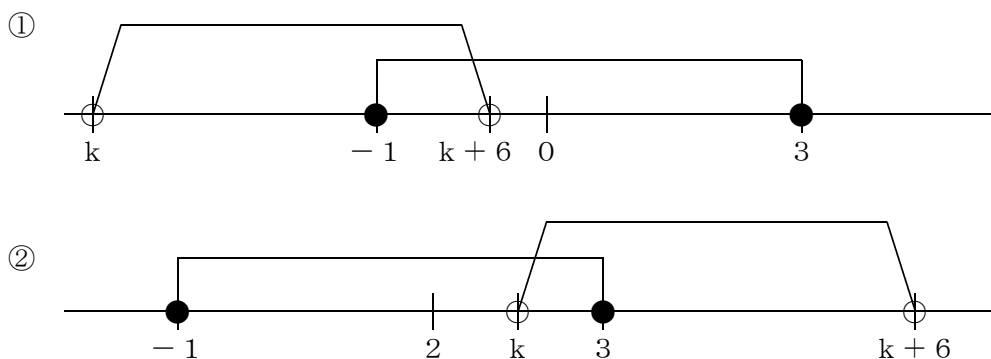
$$\therefore k \leq -7$$

また,  $k$  が  $3$  の右側 つまり  $3 < k$  であれば空集合となります。  
 ところが,  $k = 3$  であっても重なりはありません。

$$\therefore 3 \leq k$$

$$\text{答} \quad k \leq -7, \quad 3 \leq k$$

(3) 整数が1個含まれる状況を数直線で表すと、

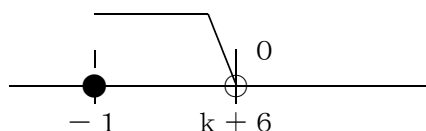


①  $k+6$  が  $-1$  と  $0$  の間に存在すればよい。

$$-1 < k+6 < 0 \quad \therefore -7 < k < -6$$

ところが、ここから微妙で難しい話なのですが、  
 $k+6$  が  $0$  の場所にあっても (つまり  $k+6=0$   $k=-6$ )、  
 含まれる整数は  $-1$  の1個だけです。  $0$  は含まれません。

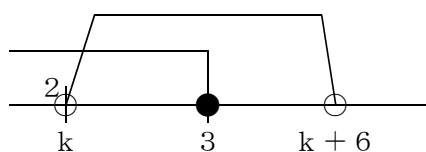
$$\therefore -7 < k \leq -6$$



②  $k$  が  $2$  と  $3$  の間に存在すればよい。  $\therefore 2 < k < 3$

ところが、 $k$  が  $2$  の場所にあっても (つまり  $k=2$ )、  
 含まれる整数は  $3$  の1個だけです。  $2$  は含まれません。

$$\therefore 2 \leq k < 3$$



---


$$\text{以上より, } -7 < k \leq -6, \quad 2 \leq k < 3$$